



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך
Israel Center for Excellence
through Education

מצוינות 2000
ע"ש קרן מיטצל

המכון למצוינות בהוראה

באיזה קנה מידה?

צבי שלם, גלי שמעוני

עריכה: ד"ר אבי פולג

© כל הזכויות שמורות למרכז הישראלי למצוינות בחינוך ולמשרד החינוך

באיזה קנה מידה?

הפרק הרלוונטי בתכנית הלימודים: קנה מידה.

משך הזמן המומלץ להוראת היחידה: שני שיעורים בני 45 דקות כל אחד.

מבוא

הנושא "קנה מידה" אינו חדש לתלמידים בחטיבת-הביניים. ראשית, הם למדו אותו בבית-הספר היסודי, ושנית, סביר שנתקלו בו בחיי היומיום - שימוש במפות למשל. טיפול בנושא זה בכיתה ח' מאפשר לשלב אותו בצורה טבעית עם נושא אחר הנלמד אף הוא בכיתה זו - דמיון מצולעים.

אם למשל נתונה מפה בקנה מידה 1:100, ואנו מחברים בה 3 נקודות ליצירת משולש, הרי שהמשולש הזה במציאות יהיה דומה למשולש שבמפה - כל צלע בו תהיה גדולה פי 100 מזו שבמפה. יתרה מזו, כפי שראינו בפרק "זה הקטן גדול יהיה", שטח המשולש במציאות יהיה גדול מזה שבמפה פי 100^2 .

בפרק שלפנינו, המבליט את הקשר הברור בין שני הנושאים, שלוש פעילויות. שתי הראשונות מתאימות לשיעור אחד בן 45 דקות, ואילו השלישית מתאימה לשיעור שני, אף הוא בן 45 דקות.

בפעילות הראשונה - "מהו קנה המידה?", ינסו התלמידים להעריך את קנה המידה של 3 תמונות. בכל תמונה מופיע אובייקט אותו התלמידים מכירים במציאות, ומתוך כך יהיה עליהם לנסות ולהעריך את קנה המידה של התמונה. התלמידים יוכלו להשתמש בסרגל וגם לחפש מידע באינטרנט.

בפעילות השנייה - "האצן והדוור", יקבלו התלמידים מפה של כפר שעליה מסומנים מיקומים של בתים. בעזרת חידתו של האצן המקיף את הכפר, יתבקשו התלמידים לגלות את קנה המידה של המפה. בהמשך הם ינסו לשחזר את מסלול הליכתו של דוור הכפר המחלק מכתבים לכל הבתים.

הפעילות השלישית - "ריבוע במציאות", היא חשובה ומאתגרת. במשימה הראשונה יקבלו התלמידים מפות שקנה המידה של כל אחת מהן ידוע. על כל מפה מצויר מצולע. המשימה תהיה להעתיק מצולעים אלה לגודלם המציאותי ולהרכיב מהם ריבוע. משימה זו "תחייב" את התלמידים להבין לעומק את הרעיון של דמיון מצולעים - כל צלע גדלה פי אותו המספר, ואילו השטח גדל פי מספר זה בריבוע.

המשימה השנייה דומה לזו הראשונה, אלא שקנה המידה של כל מפה לא יהיה נתון. זוהי משימה מאתגרת, הדורשת עבודה המשלבת ניסוי וטעייה עם הפעלת שיקולים גיאומטריים.

לתלמידים מתעניינים הוספנו בסוף הפעילות חידת אתגר נוספת.

ניהול השיעורים

השיעור הראשון

מאחר שהתלמידים נחשפו כבר לנושא קנה המידה, יש להתחיל שיעור זה בדף משימה 1, ללא כל הקדמה. לאחר שיסימו לעבוד על משימות דף זה יש לאפשר לתלמידים להציג את פתרונותיהם. בשלב הבא יש לעבור אל דף משימה 2 ולאפשר לתלמידים לפתור את משימותיו. השיעור מסתיים בדיון על משימות דף זה.

השיעור השני

השיעור נפתח במשימה הראשונה של דף משימה 3. רק לאחר שהתלמידים יסיימו את הצגת הפתרונות של משימה זו יש לאפשר להם לעבור אל המשכו של דף המשימה, בו מופיעה המשימה השנייה. עבור תלמידים זריזים ומתעניינים הוספנו בסוף הפרק משימת אתגר.

מהו קנה המידה?

לפניכם שלוש תמונות. בכל תמונה מופיע אובייקט המוכר מהמציאות. מתוך היכרותכם את אובייקט זה, נסו להעריך מהו קנה המידה של הצילום* - אין צורך בתשובה מדויקת. מספיקה הערכה סבירה.

חיפושית "פרת משה רבנו"
ס"מ במציאות : ס"מ בתמונה

_____ :



פיל

ס"מ במציאות : ס"מ בתמונה

_____ :



מפת הגליל

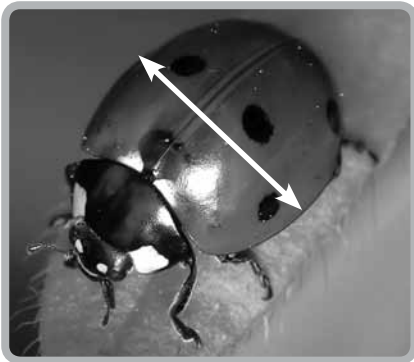
ס"מ במציאות : ס"מ בתמונה

_____ :



* ניתן להיעזר בסרגל וכן באינטרנט.

מהו קנה המידה? - פתרונות



על-מנת לפתור את השאלות יש להבין תחילה כיצד נקבע קנה המידה. נתבונן למשל בתמונה של החיפושית "פרת משה רבנו":

סימנו בתמונה קטע המייצג את הרוחב של החיפושית במבט על. רוחב זה בתמונה הוא כ- 2.8 ס"מ. כעת עלינו לבצע חישוב דומה עבור חיפושית כזו במציאות.

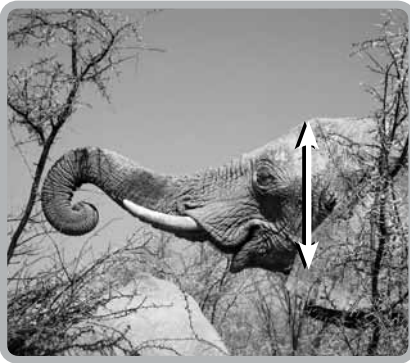


בהנחה שהתמונה הקטנה לעיל מייצגת בקירוב את הגודל האמיתי של החיפושית, הרי שרוחבה במציאות הוא כ- 0.7 ס"מ. מכאן אנו למדים שההגדלה של הצילום היא בערך פי 4. קנה המידה של התמונה הוא בערך: 4:1 (1 ס"מ במציאות הם 4 ס"מ בתמונה).

חשוב להבין שהשטח המתקבל בתמונה של החיפושית במבט על אינו גדול פי 4 מהשטח במבט על של החיפושית האמיתית, אלא פי 4². זאת למדנו בפרק "זה הקטן גדול יהיה", בו ראינו שבמצולעים דומים (אחד הוא הגדלה בפרופורציה של השני) יחס השטחים הוא ריבוע יחס הדמיון.

כאן רואים שהאיור הקטן נכנס בזה הגדול $16=4 \times 4$ פעמים, ועל כן גם החיפושית הקטנה נכנסת בזו הגדולה 16 פעמים. קנה המידה נקבע על-פי הגידול של כל קטע מהתמונה לקטע המתאים במציאות, ולא מהגידול של השטח. חשוב להבין שאם תלמידים יטענו שהגידול הוא בערך 3:1 או 5:1 או 6:1 תשובתם תיחשב כהערכה סבירה.



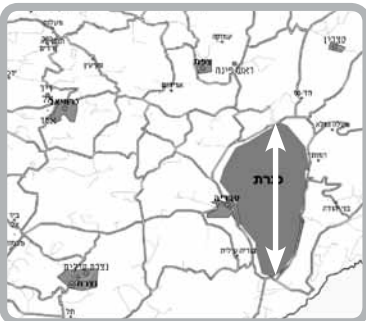


פיל

אורך הראש של הפיל בתמונה הוא כ- 2 ס"מ. עלינו לנסות ולהעריך את אורך ראש הפיל במציאות. בהנחה שמדובר באותו סוג פיל, ניתן להיעזר בתמונה התחתונה בה נראים יחד פילים ובני אדם. את הגודל של בני האדם קל לנו יותר להעריך. נראה שגודל הראש של הפיל הוא כמטר אחד. קנה המידה של התמונה הוא בערך: 1:50 (50 ס"מ במציאות הם 1 ס"מ בתמונה).



התלמידים יוכלו לבצע הערכה לא רעה גם בלי התמונה של הפילים והאנשים, מתוך ההיכרות שיש להם עם פילים שראו בגני חיות.



מפה

שאלה זו דורשת ידע לגבי האורך או הרחב של הכנרת. התלמידים יוכלו להשיג ידע זה למשל מהאינטרנט. האורך של הכנרת שבתמונה הוא כ- 2 ס"מ. אורך הכנרת במציאות הוא כ- 20 ק"מ. לכן, 20 ק"מ במציאות מתאימים ל- 2 ס"מ במפה, ומכאן:

10 ק"מ במציאות מתאימים ל- 1 ס"מ במפה.

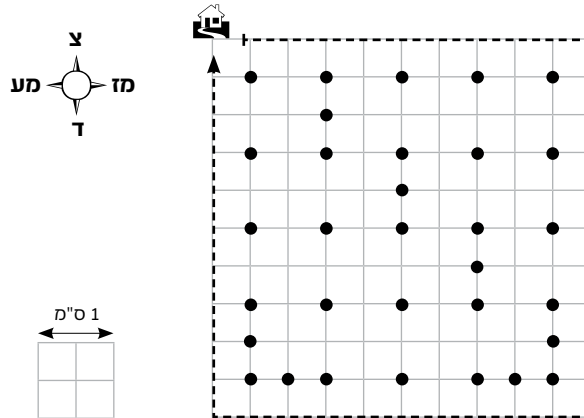
10,000 מטר במציאות מתאימים ל- 1 ס"מ במפה.

1,000,000 ס"מ במציאות מתאימים ל- 1 ס"מ במפה.

קנה המידה של המפה הוא בערך **1,000,000** ס"מ במציאות : **1** ס"מ בתמונה (אחד למיליון).

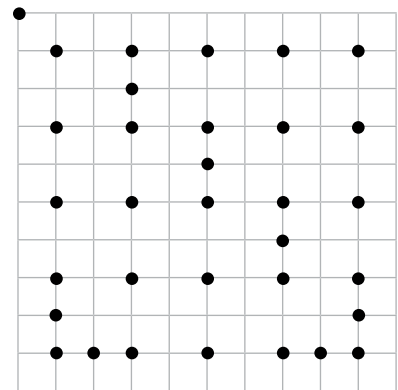
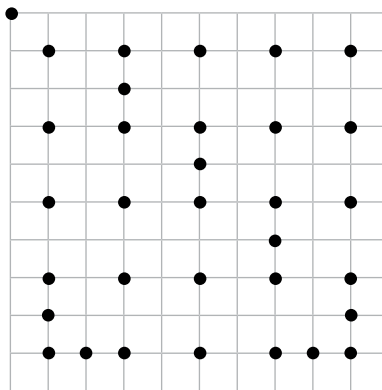
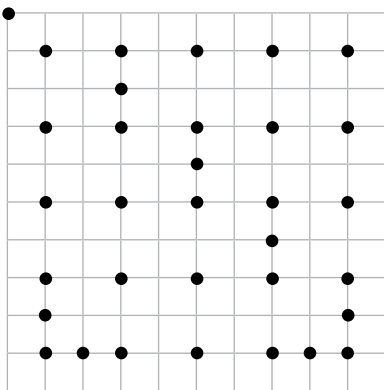
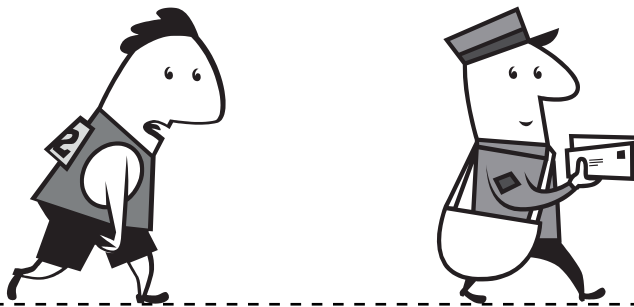
האצן והדוור

1. אצן יוצא משער הכפר (הבקתה של השומר המסומנת בפिנה השמאלית העליונה) ורץ במהירות של 16 קמ"ש. האצן מקיף את כל הכפר (הקו המקווקו) במשך רבע שעה. מצאו את קנה המידה של המפה. שימו לב שאורך הצלע של כל משבצת קטנה הוא $1/2$ ס"מ.



2. הדוור יוצא מבקתת השומר, הולך רק לאורך השבילים האופקיים והאנכיים, עובר בכל הבתים (המסומנים בנקודות) ועוצר בבית האחרון שבמסלולו. אורך המסלול של הדוור במציאות הוא 5 ק"מ. שרטטו מסלול אפשרי.

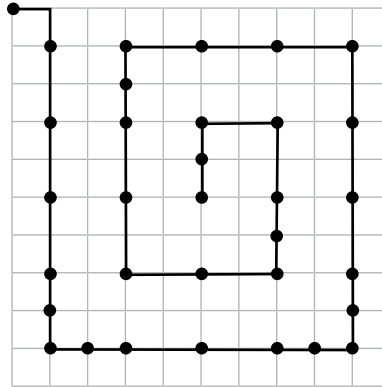
רמז: דוור הכפר משתדל ללכת כמה שפחות.



האצן והדוור - פתרונות

1. האצן רץ במהירות של 16 קמ"ש - 16 ק"מ בכל שעה. על כן, ברבע שעה הוא רץ 4 ק"מ, וזהו היקף הכפר במציאות. מצד שני, בשרטוט היקף הכפר הוא 20 סנטימטר. קיבלנו ש- 20 סנטימטר במפה הם 4 קילומטר במציאות, כלומר 4000 מטר. נחלק את היחס ב- 20 ונקבל שכל סנטימטר במפה מייצג 200 מטר במציאות. קנה המידה של השרטוט הוא 1:20,000.
2. אורך המסלול של הדוור 5 ק"מ, כלומר 5000 מטר. האורך של כל צלע של ריבוע קטן במפה הוא 100 מטר במציאות, ולכן 5000 מטר במציאות הם 50 פעמים צלע של ריבוע קטן שבמפה. עלינו לחפש, אם כן, מסלול העובר בין כל הבתים ואורכו 50 צלעות של ריבוע קטן. הנה הפתרון. למעשה מדובר במסלול הקצר ביותר האפשרי (לא נוכיח זאת).

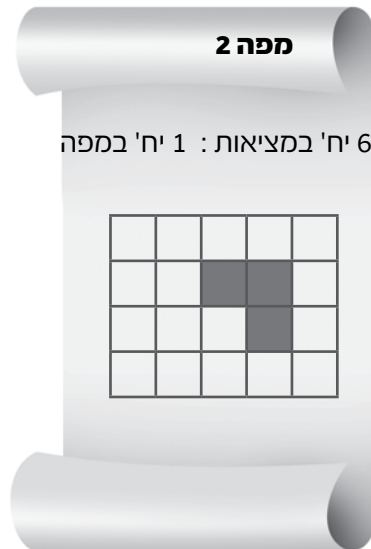
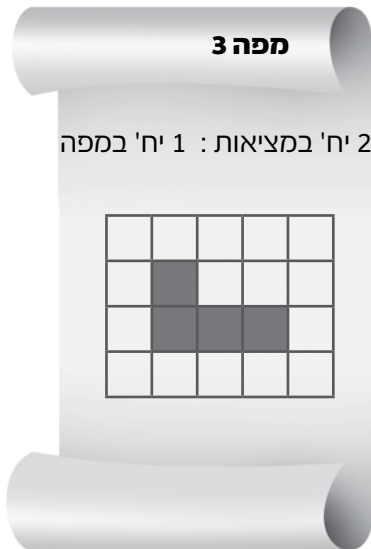
1 ס"מ במפה : 200 מטר במציאות



ריבוע במציאות

משימה 1

לפניכם 6 מפות שלכל אחת קנה מידה נתון משלה, ובכל אחת מצויר מצולע. בעמוד הבא מופיעה רשת ריבועית עליה יש לצייר את ששת המצולעים **בגודליהם המציאותיים**, כך שיחד הם ייצרו ריבוע מלא. מותר לצייר את הצורות מסובכות.

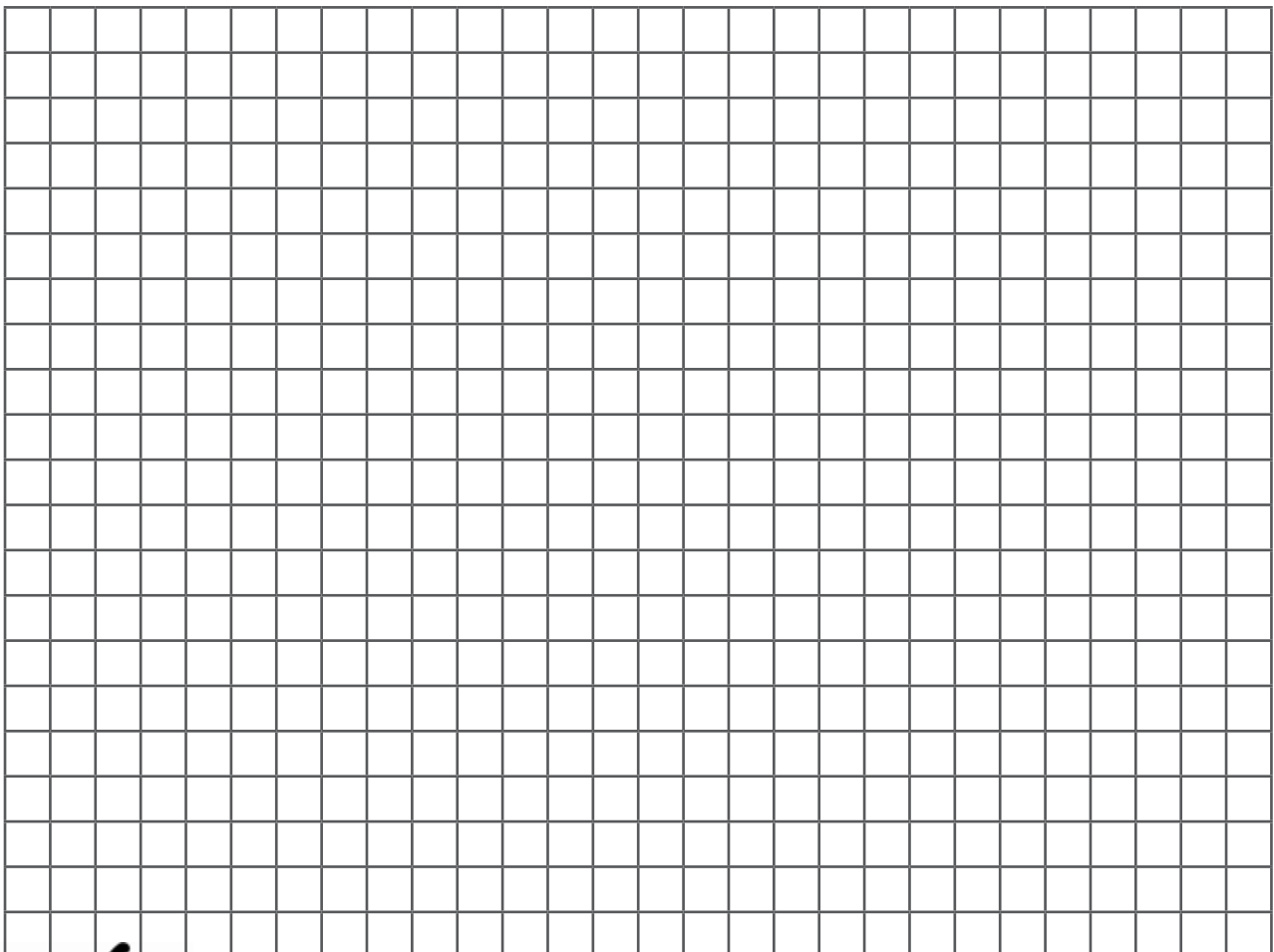


משימה 2

לפניכם 4 מפות שבכל אחת מצויר מצולע. קנה המידה של כל מפה אינו נתון. עליכם לגלות את קנה המידה המתאים לכל מפה, אם נתון שניתן לצייר על הרשת שמתחת למפות את ארבעת המצולעים האלה בגדלים המציאותיים שלהם, כאשר יחד הם יוצרים ריבוע מלא. שרטטו את המצולעים בגדלים המציאותיים שלהם ברשת הריבועים, כאשר הם יוצרים ריבוע. כמו כן, רשמו לכל מפה את קנה המידה שלה. גם הפעם, מותר לסובב את הצורות.

מפה 4	מפה 3	מפה 2	מפה 1
<p>יח' במציאות: _ יח' במפה</p>	<p>יח' במציאות: _ יח' במפה</p>	<p>יח' במציאות: _ יח' במפה</p>	<p>יח' במציאות: _ יח' במפה</p>

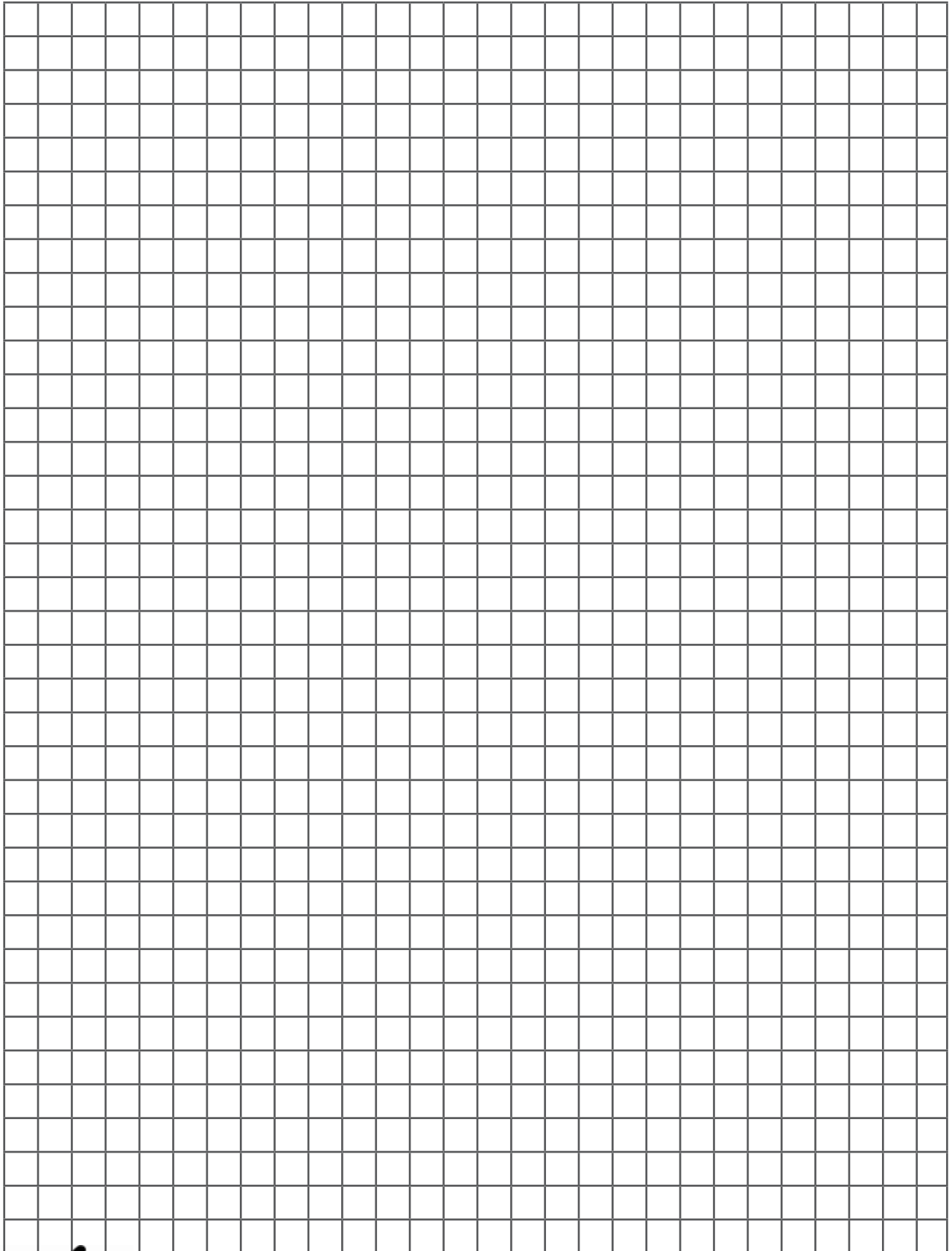
מציאות:





רשת לניסיונות נוספים עבור משימה 2

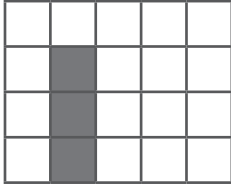
מציאות:



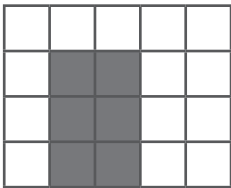
ריבוע במציאות - פתרונות

פתרון משימה 1:

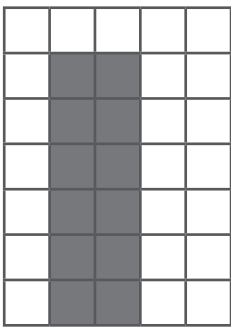
2 יח' במציאות : 1 יח' במפה



בבואנו להגדיל צורה ביחס של 1:2 למשל, עלינו להאריך כל צלע שלה פי 2. חלק מהתלמידים עלולים לשגות בעניין זה. הנה למשל **מפה 4**:



והנה הגדלה שגויה:

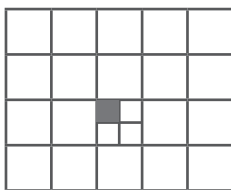


ההגדלה הזו לא שמרה על הפרופורציה של הצורה, כיוון שהיא לא הגדילה גם את ממד הגובה פי 2. למעשה קיבלנו צורה ששטחה גדול פי 2 (כפי שהסברנו קודם, קנה מידה של 1:2 גורם להגדלת שטח הצורה פי $2^2=4$). והנה ההגדלה הנכונה:

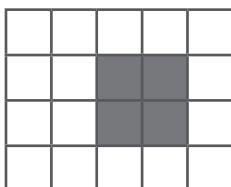
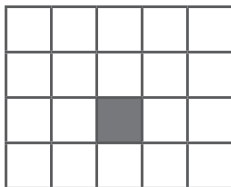
התלמידים יצטרכו להתרגל לכך שקנה המידה מתייחס להגדלת כל צלע ולא להגדלת השטח! יחס שטחים של 1 ל-4, בין הצורה המקורית לבין זו המוגדלת בקנה מידה 1:2, יוצר בלבול שיהיה על התלמידים לעכל אותו.

הגדלה נוספת שבה התלמידים עשויים להתבלבל מתרחשת **במפה 6**:

4 יח' במציאות : 1 יח' במפה

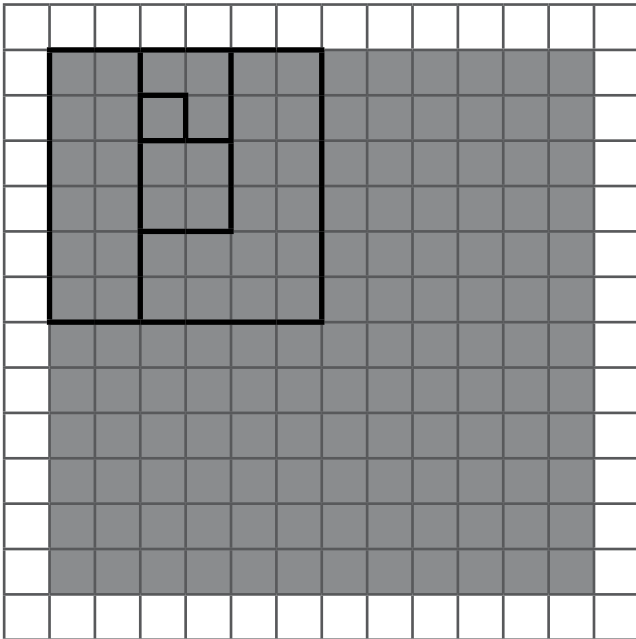


שוב, הבלבול קשור לשטחים. תלמידים עלולים להגדיל צורה זו רק פי 2:



סביר שקווי העזר שהוספנו במפה 6 "מסייעים" לבלבול. ההגדלה הנכונה היא:

שימו לב כי בחלק מן המקרים המפה עצמה מהווה למעשה הגדלה של המציאות (כלומר, הגודל במציאות קטן יותר מזה המשורטט במפה).



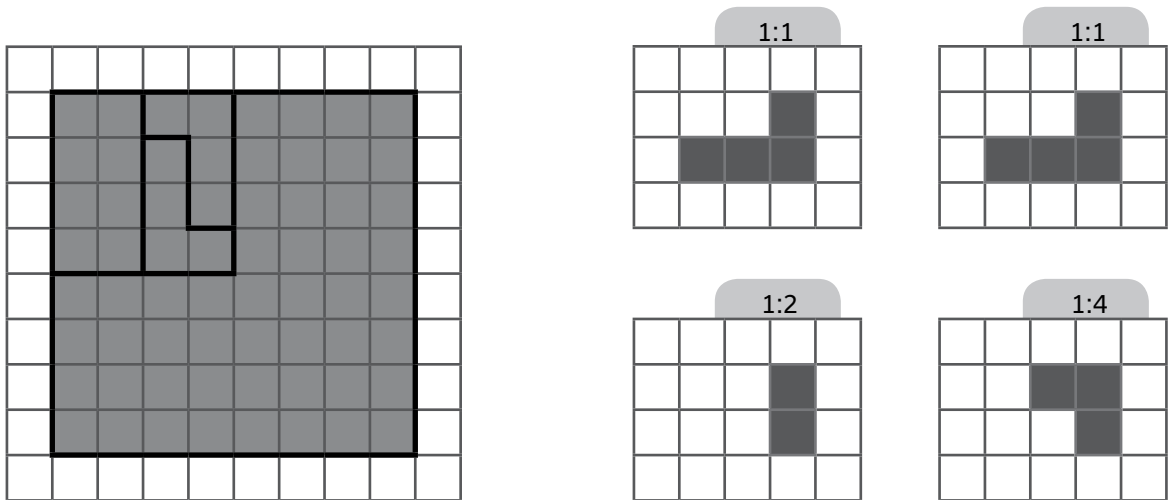
לאחר שמשרטטים נכון את כל 6 הצורות בגדלים המציאותיים שלהן, משימת הרכבתן לריבוע אינה מסובכת. הנה הפתרון:

פתרון משימה 2:

משימה זו קשה יותר מקודמתה, כיוון שקנה המידה של כל מפה אינו נתון מלכתחילה. קושי זה יוליך את מרבית התלמידים לשימוש בניסוי וטעייה, תוך שהם משלבים שיקולים גיאומטריים - החיבור של שתי הצורות הזרות למשל, כפי שהוא מופיע בפתרון שלמטה, מתברר במהלך הניסוי והטעייה כפעולה הכרחית.

כמו בשאלה הקודמת, גם כאן סביר שיהיו תלמידים שיטעו בהגדלה הפרופורציונית של חלק מהצורות. מומלץ שהמורה יסתובב בין התלמידים בזמן העבודה שלהם, כדי לבדוק כיצד הם מגדילים את הצורות השונות.

הנה הפתרון הנכון - שימו לב שצורת היוד (הצורה הגדולה ביותר בציוור) רק השלימה ריבוע לריבוע גדול יותר.



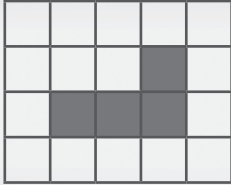
משימות אתגר למתעניינים

קבעו את קנה המידה של חמש המפות, כך שיהיה ניתן להעביר את הצורות שבהן "למציאות", ולכנות מהן ריבוע.

דרישה נוספת - אסור שקנה המידה בארבע המפות עם הצורות הזהות יהיה זהה - לפחות לאחת מהמפות האלה קנה מידה שונה מזה של האחרות.

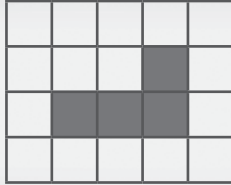
מפה 2

___ יח' במציאות : ___ יח' במפה



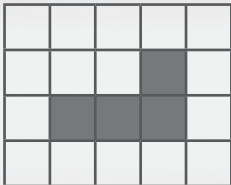
מפה 1

___ יח' במציאות : ___ יח' במפה



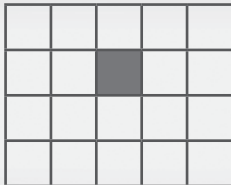
מפה 5

___ יח' במציאות : ___ יח' במפה



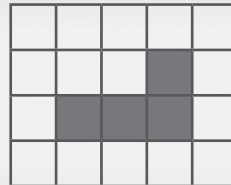
מפה 4

___ יח' במציאות : ___ יח' במפה

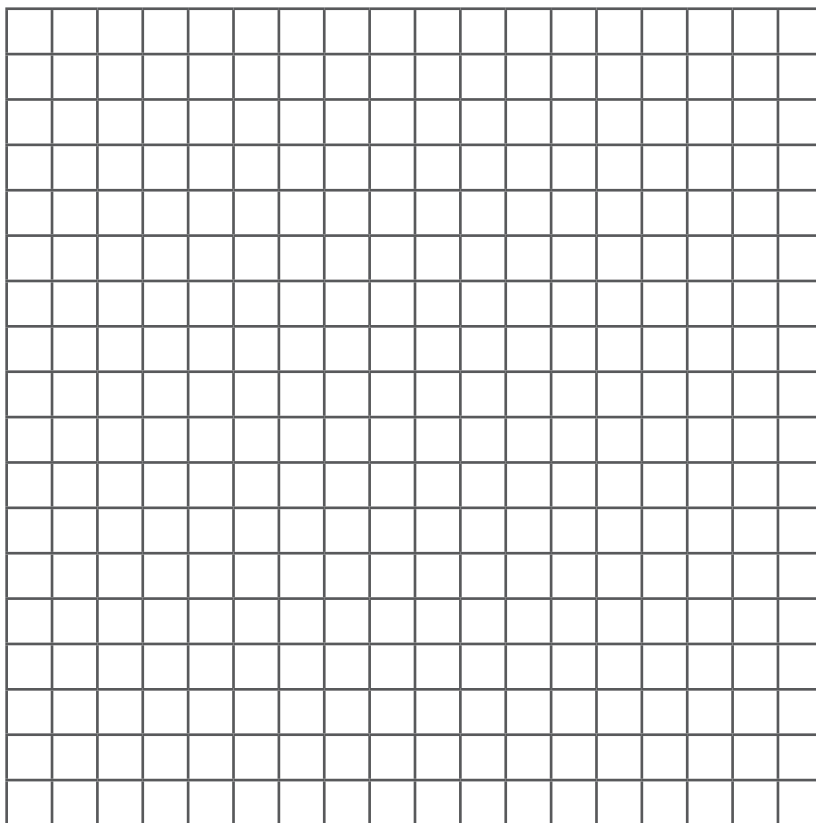


מפה 3

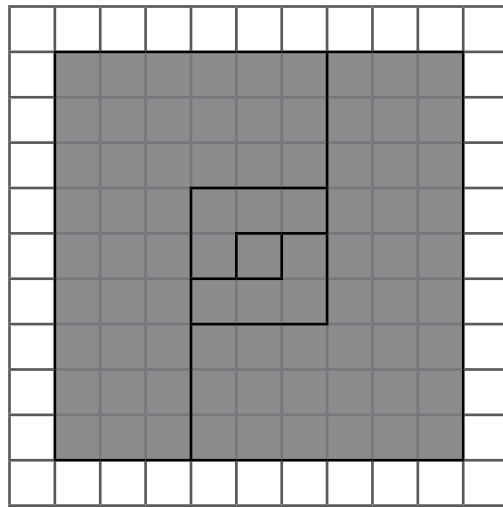
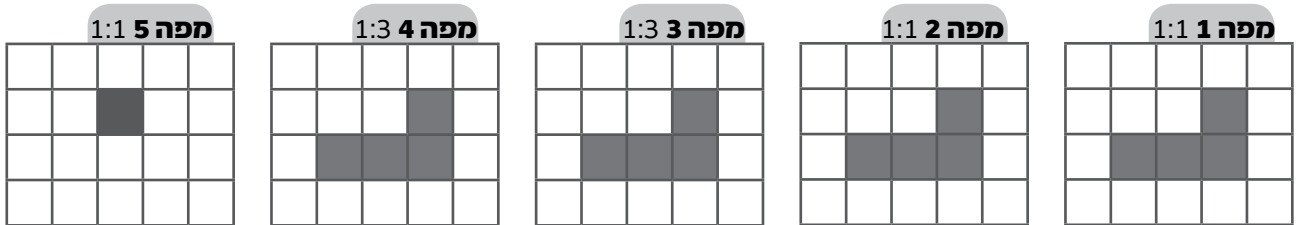
___ יח' במציאות : ___ יח' במפה



מציאות:



משימות אתגר למתעניינים - פתרון



מקורות התמונות

כתובת	עלה בחיפוש	התמונה
he.wikipedia.org/wiki/ %D7%97%D7%99%D7%A4%D7%95%D7%A9%D7%99%D7%95%D7%AA	"חיפושית" בוויקיפדיה	מושית השבע
he.wikipedia.org/wiki// %D7%A4%D7%99%D7%9C%D7%99%D7%99%D7%9D	"פיל" בוויקיפדיה	פילים
www.mapa.org.il	"מפה חינם"	מפה